



SZÁMRENDSZEREK

KÉSZÍTETTE:

JURÁNYINÉ BESENYEI GABRIELLA

**BINÁRIS (kettes) ÉS HEXADECIMÁLIS (tizenhatos)
SZÁMRENDSZEREK (HELYIÉRTÉK, ÁTVÁLTÁSOK,
MŰVELETEK)**



A KETTES SZÁMRENDSZER

A számítógépek világában a kettes és a 16-os számrendszer kiemelkedő fontosságú. A mai számítógépek a Neuman-elveknek megfelelően bináris kódolást használnak. Ezt a legkönnyebb megvalósítani elektronikai szempontból. A hexadecimális (16-os) számrendszer könnyen átalakítható kettessé, és viszont, valamint ebben felírva a számok sokkal rövidebbek. A 16-ost használjuk gépi kódú programok írásánál.

Kettes számrendszer:

helyiértékek

átváltások

törtszámok ábrázolása

összeadás

szorzás

negatív számok

16-os számrendszer:

helyiértékek

átváltások (kettes és tízes számrendszerbe)

KETTES SZÁMRENDSZER

HELYIÉRTÉKEK

Ebben a számrendszerben a helyiértékek a kettes szám hatványai.

Helyiértékek:

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------------------------|
| 2^8 | 2^7 | 2^6 | 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 | |
| 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | (Tízes számrendszerbeli értékeik) |

Számjegyek: **0 és 1**

Egy bináris helyiérték egy bit (0 vagy 1) információ tárolására, egy 8 helyiértékes bináris szám 1 byte információ tárolására alkalmas.

8 bit= 1 byte

A helyiértékek elnevezése jobbról balra haladva 0. bit, 1. bit, 2. bit, 3. bit, 4. bit, 5. bit, stb.

KETTES SZÁMRENDSZER

ÁTVÁLTÁSOK

Kettes számrendszer-beli szám visszaváltása tízes számrendszerbe

A helyiértéknek megfelelő kettes hatványt szorozzuk össze az ott talált számmal (Könnyű a dolgunk, mivel vagy 0 vagy 1 szerepel).

Például:

$$10110100 = 0 * 2^0 + 0 * 2^1 + 1 * 2^2 + 0 * 2^3 + 1 * 2^4 + 1 * 2^5 + 0 * 2^6 + 1 * 2^7$$

Egyszerűbben:

$$10110100 = 0 + 0 + 4 + 0 + 16 + 32 + 0 + 128 = 180$$

KETTES SZÁMRENDSZER

ÁTVÁLTÁSOK

A módszer: a számot kettővel kell osztani, a maradékot oldalra írni és a hányadossal tovább folytatni az osztást addig, míg a hányados 0 nem lesz.

| SZÁM | HÁNYADOS | MARADÉK |
|------|--------------------|---------|
| 180 | osztva kettővel 90 | 0 |
| 90 | osztva kettővel 45 | 0 |
| 45 | osztva kettővel 22 | 1 |
| 22 | osztva kettővel 11 | 0 |
| 11 | osztva kettővel 5 | 1 |
| 5 | osztva kettővel 2 | 1 |
| 2 | osztva kettővel 1 | 0 |
| 1 | osztva kettővel 0 | 1 |

| | | |
|-----|--|---|
| 180 | | 0 |
| 90 | | 0 |
| 45 | | 1 |
| 22 | | 0 |
| 11 | | 1 |
| 5 | | 1 |
| 2 | | 0 |
| 1 | | 1 |
| 0 | | |

A MARADÉKOT ALULRÓL FÖLFELÉ KELL ÍRNI: $180=10110100$

KETTES SZÁMRENDSZER

TÖRTSZÁMOK ÁBRÁZOLÁSA

A „kettedes” vessző utáni helyiértékek a 2 negatív hatványai:

2^{-1} 2^{-2} 2^{-3} 2^{-4} 2^{-5} 2^{-6} stb.

Például:

$$0,01101 = 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} + 0 * 2^{-4} + 1 * 2^{-5}$$

Egyszerűbben:

$$0,01101 = 0 + 0,25 + 0,125 + 0 + 0,03125 = 0,40625$$

KETTES SZÁMRENDSZER

TIZEDES TÖRT ÁTVÁLTÁSA

Tizedes tört átváltásakor az egész részt különválasztjuk, a törtrészt pedig a következő szabály szerint váltjuk át: a számot szorozzuk kettővel, az egész részét írjuk ki, a törtrésszel pedig folytatjuk a műveletet addig, míg a törtrész 0 nem lesz.

| TÖRTRÉSZ | SZORZAT | EGÉSZ RÉSZ |
|----------|--------------------------|------------|
| 0,40625 | szorozva kettővel 0,8125 | 0 |
| 0,8125 | szorozva kettővel 1,625 | 1 |
| 0,625 | szorozva kettővel 1,25 | 1 |
| 0,25 | szorozva kettővel 0,5 | 0 |
| 0,5 | szorozva kettővel 1,0 | 1 |
| 0 | szorozva kettővel 0,0 | 0 |

Az egész részeket felülről lefelé haladva kell a „kettedes” vessző után írni: $0,40625=0,011010$

KETTES SZÁMRENDSZER

ÖSSZEADÁS

A kettes számrendszerben az összeadáshoz csak néhány műveleti szabályt kell ismerni, jóval kevesebbet, mint bármely más számrendszerben.

$$0+0=0$$

$$1+0=0+1=1$$

$$1+1=10$$

$$1+1+1=11$$

Például:

$$\begin{array}{r} 100110 \\ +100111 \\ \hline 1001101 \end{array}$$

Balról jobbra haladva -szokás szerint - a 0. bittel kezdünk: $0+1=1$ nincs átvitel

1. biten: $1+1=10$, átvitel 1 és a 0-t leírom

2. biten: $1+1+1=11$ leírom az 1-et, átvitel 1

3. biten: $1+0+0+=1$

4. biten: $0+0=0$

5. biten: $1+1=10$ mindkét számjegyet leírom, mivel elfogytak az összeadandók.

KETTES SZÁMRENDSZER

SZORZÁS

A kettes számrendszerben a szorzáshoz a következő műveleti szabályokat kell ismerni.

$$0 * 0 = 0$$

$$1 * 0 = 0 * 1 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$

Például:

$$101 * 110$$

$$\underline{101}$$

$$101$$

$$\underline{000}$$

$$11110$$

A többjegyű számok szorzását gyakorlatilag ugyanúgy kell elvégezni, mint a tízes számrendszerben, azonban, mivel csak 1 és 0 létezik, ezért az eredmény vagy 0 vagy 1.

Miután a szorzást a szabályok szerint elvégezzük, az összeadást a összeadásnál megismert szabályok szerint kell megtenni.

KETTES SZÁMRENDSZER

NEGATÍV SZÁMOK

A gép a kettes komplement képzést használja az előjeles számok ábrázolására. Az előjel a legelső biten jelenik meg, ez „elveszik” a számábrázolás számára. A 0 a pozitív, az 1 a negatív előjel-bit. Háromféle módszer van:

I. módszer

A legnagyobb ábrázolható pozitív szám (8 biten, azaz 1 byte-on) a 127, ehhez 1-et adjunk hozzá (128), majd a negatív számot is adjuk hozzá, és az így kapott eredményt váltsuk át kettes számrendszerbe.

Például:

$$127+1+(-115)=128-115=13$$

Binárisan: $13=00001101$

Ezt előjeles számként értelmezve az eredmény a -115, ha az első bitet átállítom negatívra, vagyis 1-re.

$$\text{Tehát: } -115=10001101$$

KETTES SZÁMRENDSZER

NEGATÍV SZÁMOK - KOMPLEMENTENS

II. módszer

Felírom a szám abszolút értékét binárisan, majd átváltom az összes bitet az ellenkezőjére: azaz a 0-t 1-re, illetve az 1-et 0-ra. Végül hozzáadok 1-et az így kapott számhoz.

Példa:

$$|-115|=01110011$$

Átváltom: 10001100

Hozzáadok 1-et:

$$\begin{array}{r} 10001100 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 10001101 \end{array}$$

III. módszer

Először írjuk fel a szám abszolút értékét binárisan, majd jobbról indulva az első 1-ig hagyjuk változatlanul, a többi pedig váltsuk ellenkezőjére: azaz 0-t 1-re, illetve 1-et 0-ra.

Példa:

$$|-115|=01110011$$

Átváltás: 10001101

Mindhárom módszer ugyanazt az eredményt adja. Próbáljuk ki és adjuk hozzá a 115-höz.

$$\begin{array}{r} 115 \quad 01110011 \\ -115 \quad +10001101 \\ \hline 00000000 \end{array}$$

HEXADECIMÁLIS SZÁMRENDSZER

HELYIÉRTÉKEK

A hexadecimális (16-os) számrendszerben a helyiértékek a 16 hatványai:

| | | | | | | | | | |
|------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| stb. | 16^8 | 16^7 | 16^6 | 16^5 | 16^4 | 16^3 | 16^2 | 16^1 | 16^0 |
| | | | ... | 1048576 | 65536 | 4096 | 256 | 16 | 1 |

A 16-os számrendszer számjegyei a következők:

0 1 3 4 5 6 7 8 9 A(10) B(11) C(12) D(13) E(14) F(15)

A két számjegyből álló számokat betűvel jelöljük, azért, hogy leíráskor ne jelentsen gondot a számjegyek megkülönböztetése. Az ábécé nagy és ékezet nélküli betűit használjuk a megfelelő sorrendben.

HEXADECIMÁLIS SZÁMRENDSZER

ÁTVÁLTÁSOK

16-os számrendszer-beli szám visszaváltása tízes számrendszerbe

A helyiértéknek megfelelő 16-os hatványt szorozzuk össze az ott talált számmal (Ne felejtsük el, hogy a betűk milyen számokat jelölnek).

Például:

$$AB8F = F(15) * 16^0 + 8 * 16^1 + B(11) * 16^2 + A(10) * 16^3$$

Egyszerűbben:

$$AB8F = 15 + 128 + 2816 + 40960 = 43919$$

HEXADECIMÁLIS SZÁMRENDSZER

ÁTVÁLTÁSOK

A módszer: a számot 16-tal kell osztani, a maradékot oldalra írni és a hányadossal tovább folytatni az osztást addig, míg a hányados 0 nem lesz.

| SZÁM | HÁNYADOS | MARADÉK |
|-------|--------------------|---------|
| 43919 | osztva 16-tal 2744 | 15(F) |
| 2744 | osztva 16-tal 171 | 8 |
| 171 | osztva 16-tal 10 | 11(B) |
| 10 | osztva 16-tal 0 | 10(A) |

$$\begin{array}{r|l} 43919 & 15(\text{F}) \\ 171 & 8 \\ 10 & 11(\text{B}) \\ 0 & 10(\text{A}) \\ 0 & \end{array}$$

A MARADÉKOT ALULRÓL FÖLFELÉ KELL ÍRNI: 43919=AB8F

HEXADECIMÁLIS SZÁMRENDSZER

ÁTVÁLTÁSOK kettes és 16-os számrendszerek között

Fontos a két számrendszer közötti átváltás, mivel egy hexadecimális számjegy pontosan négy bináris számjegynek felel meg ($2^4=16$).

Ezért az átváltásnál fontos, hogy akkor is négy bináris számjegyet írjunk le, amikor kevesebb is lehetne. Ilyenkor a hiányzó számjegyeket 0-kal kell pótolni.

Átváltás 16-os számrendszerből kettes számrendszerbe

Példa:

| | | | | |
|-------------|-------|-------|------|-------|
| 16-os szr. | A(10) | B(11) | 8 | F(15) |
| Kettes szr. | 1010 | 1011 | 1000 | 1111 |

Átváltás kettes számrendszerből 16-osba

Osszuk fel a kettes számrendszerbeli számot négyes csoportokra, majd ezeket váltsuk át 16-os számrendszerbe, végül a kapott számjegyeket írjuk egymás mellé.

Példa: 1010 | 1011 | 1000 | 1111
 10(A) 11(B) 8 15(F)